

## บทคัดย่อ

ชื่อโครงการ n เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)  
ผู้ศึกษาโครงการ เด็กหญิงอมรา ทายุโก, เด็กหญิงจิสมิภา อินทร์ตัน และเด็กหญิงชนวลักษณ์ พลภักดิ์  
ปีการศึกษา 2561  
ครูที่ปรึกษา นางสมณฑา ทายุโก

การศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภททฤษฎี เรื่อง n เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นศึกษาและค้นคว้า ในเรื่องเกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม ถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น ผลรวมของมุมภายใน ขนาดของมุมภายใน การหาจำนวนเส้นทแยงมุม และการหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม ซึ่งมีวัตถุประสงค์การศึกษาโครงการ 1. เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 2. เพื่อนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป n เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ได้

ผลการศึกษาโครงการ พบว่า

ทฤษฎีที่ 2 จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$\text{สูตร} \quad \frac{(n-3)n}{2}$$

นอกจากนี้ผู้ศึกษาโครงการนำสูตรทั้ง 4 สูตร ไปใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปเผยแพร่ให้กับนักเรียน โรงเรียนวิเชียรชม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาสงขลา เขต 1

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความสำคัญและความเป็นมาของโครงการ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และ ศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานวิชาการ, 2551 : 1)

การจัดการเรียนรู้ในโลกยุคโลกาภิวัตน์หรือโลกไร้พรมแดนเน้นการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ใน ศตวรรษที่ 21 เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นบุคคลแห่งการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต การจัดการศึกษา จำเป็นต้องปรับการเรียนการสอนให้สามารถพัฒนาผู้เรียนทุกคน ไม่ว่าจะอยู่ที่ใดก็ตามองค์ความรู้จะไม่ จำกัดอยู่แต่ในห้องเรียนเท่านั้น ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านสื่อการเรียนรู้ และช่องทางที่ หลากหลายได้อย่างมีความสุข กิจกรรมลดเวลาเรียน เพิ่มเวลารู้ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ครูผู้สอน จะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถ รู้จักดัดแปลงเพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดความรู้ความเข้าใจ อย่างแท้จริง การ สอนให้เยาวชนรู้จักคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น รู้จักพูด แสดงความคิดอย่างชัดเจน สมเหตุสมผล มี วิจารณ์ญาณฝึกให้เยาวชนเป็นผู้รู้จริง

จากการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมลดเวลาเรียน เพิ่มเวลารู้ ครูผู้สอนได้สอน เกี่ยวกับการสร้างรูปหลายเหลี่ยม ออกแบบเชิงสร้างสรรค์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ทำให้เกิดความคิดต่อยอดการเรียนรู้ เกิดข้อสงสัยใคร่รู้ ที่ต้องการจะศึกษาและค้นคว้า ในเรื่อง เกี่ยวกับรูปหลายเหลี่ยม ถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น ผลรวมของมุมภายใน ขนาดของมุมภายใน การหา จำนวนเส้นทแยงมุม และการหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม ดังนั้นผู้ศึกษาโครงการจึงศึกษาโครงการ คณิตศาสตร์ เรื่อง n เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

## วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
2. เพื่อนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ได้

## ขอบเขตการศึกษา

ในการทำโครงการเรื่อง  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ เป็นการศึกษาเพื่อหาคำตอบการสงสัยใคร่รู้ จากการเรียน กิจกรรมลดเวลาเรียน เพิ่มเวลารู้ ผู้ศึกษาโครงการได้กำหนดขอบเขตในการศึกษา ดังนี้

- 1) จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ซึ่งการศึกษาโครงการครั้งนี้ ใช้โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต และสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้แก่ 1) เรืองมุม การวัดมุม 2) การคำนวณโดยใช้ การบวก การลบ การคูณ และการหาร 3) รูปเรขาคณิต 4) การสร้างรูปเรขาคณิต 5) เส้นทแยงมุม 6) การหาพื้นที่ 7) การเชื่อมโยงองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ 8) การแปลง เรือง การหมุน และ 9) การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

## นิยามศัพท์

$n$  หมายถึง จำนวนเหลี่ยมของรูปเรขาคณิต หรือจำนวนด้านของรูปเรขาคณิต หรือชนิดของรูปเรขาคณิต

## บทที่ 2

### เอกสารที่เกี่ยวข้อง

โครงการคณิตศาสตร์ เรื่อง  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ ดังนี้ 1) ผลรวมของมุมภายในของรูป  $n$  เหลี่ยม 2) ขนาดของมุมภายในของรูป  $n$  เหลี่ยม ด้านเท่ามุมเท่า 3) จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 4) หาพื้นที่ของรูป  $n$  เหลี่ยม ด้านเท่ามุมเท่า และเพื่อนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ ซึ่งการศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ครั้งนี้ ผู้ศึกษาโครงการได้ศึกษาเอกสารดังนี้

1. ประวัติและความเป็นมาของโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)
2. ชนิดของรูป  $n$  เหลี่ยม

#### 1. โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

##### ประวัติและความเป็นมาของโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)

เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผลิตจากประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพโปรแกรมหนึ่ง สามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายวิชา เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัสโปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียน มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็นการเรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้ การใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ ด้วยเหตุผลดังกล่าว โปรแกรม GSP จึงได้รับรางวัลยอดเยี่ยมหลายรางวัล อาทิเช่น Best Educational Software of All Time จาก Stevens Institute of Technology Survey of Mentor Teachers และ Most Valuable Software for Students จาก National Survey of Mathematics Teachers, USA.

โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ยังเป็นของใหม่ในวงการศึกษไทย แต่กว่า 60 ประเทศทั่วโลกเขาใช้กันแล้ว โดยแปลเป็นภาษาต่างๆ หากรวมภาษาไทยด้วยก็ 16 ภาษา โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมที่ครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพและ

น่าสนใจมาก สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) มาใช้อธิบาย เนื้อหาที่ยากๆ เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (เรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัส), ฟิสิกส์ (กลศาสตร์ และอื่นๆ) ให้เป็นรูปธรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจง่าย และโปรแกรมยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ศิลปะ อย่างไม่มีข้อจำกัด โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ.1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อยๆ จนถึงเวอร์ชัน 4.0 โรงเรียนต่างๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุดและในหลายๆ ประเทศทั่วโลก อาทิ แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ไต้หวัน ฮองกง เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์ การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.0

## 2. ชนิดของรูป n เหลี่ยม

**รูปหลายเหลี่ยม** (อังกฤษ: polygon) ตามความหมายดั้งเดิม หมายถึงรูปร่างอย่างหนึ่งที่เป็นรูปปิดหรือรูปครบวงจรมระนาบ ซึ่งประกอบขึ้นจากลำดับของส่วนของเส้นตรงที่มีจำนวนจำกัด ส่วนของเส้นตรงเหล่านั้นเรียกว่า ขอบ หรือ ด้าน และจุดที่ ขอบสองข้างบรรจบกันเรียกว่า จุดยอด หรือ เหลี่ยม (corner) ภายในรูปหลายเหลี่ยมบางครั้งก็เรียกว่า เนื้อที่ (body) รูปหลายเหลี่ยมเป็นวัตถุในสองมิติ ซึ่งเป็นตัวอย่างหนึ่งของพอลิโทป (polytope) ที่อยู่ใน  $n$  มิติ

ด้านสองด้านที่บรรจบกันเป็นเหลี่ยม เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการเกิดมุมที่ไม่เป็นมุมตรง ( $180^\circ$ ) ถ้าไม่เช่นนั้นแล้ว ส่วนของเส้นตรงทั้งสองจะถูกพิจารณาว่าเป็นด้านเดียวกัน

ความคิดทางเรขาคณิตพื้นฐานได้ถูกตัดแปลงไปในหลากหลายทาง เพื่อที่จะทำให้เข้ากับจุดประสงค์เฉพาะ ตัวอย่างเช่นในสาขาวิชาคอมพิวเตอร์กราฟิกส์ คำว่า รูปหลายเหลี่ยม ถูกนำไปใช้และมีการเปลี่ยนแปลงความหมายไปโดยเล็กน้อย ซึ่งเกี่ยวข้องกับวิธีการบันทึกและจัดการรูปร่างภายในคอมพิวเตอร์มากขึ้น

### บทที่ 3

#### วิธีการดำเนินการ

ผู้ศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภททฤษฎี เรื่อง  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) มีเพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ ดังนี้ 1) ผลรวมของมุมภายในของรูป  $n$  เหลี่ยม 2) ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 3) จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 4) หาพื้นที่ของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และเพื่อนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ ซึ่งมีรายละเอียดในการศึกษาดังนี้

#### 1. วัสดุอุปกรณ์

การดำเนินการโครงการผู้ศึกษาโครงการได้ใช้วัสดุอุปกรณ์ ได้แก่ เครื่องคิดเลข ดินสอ ปากกา ไม้บรรทัด กระดาษ พิวเจอร์บอร์ด สติกเกอร์ใส กาว มีดคัทเตอร์ แผ่นโฟมก้ำ และคอมพิวเตอร์

#### 2. ขั้นตอนการศึกษาโครงการ

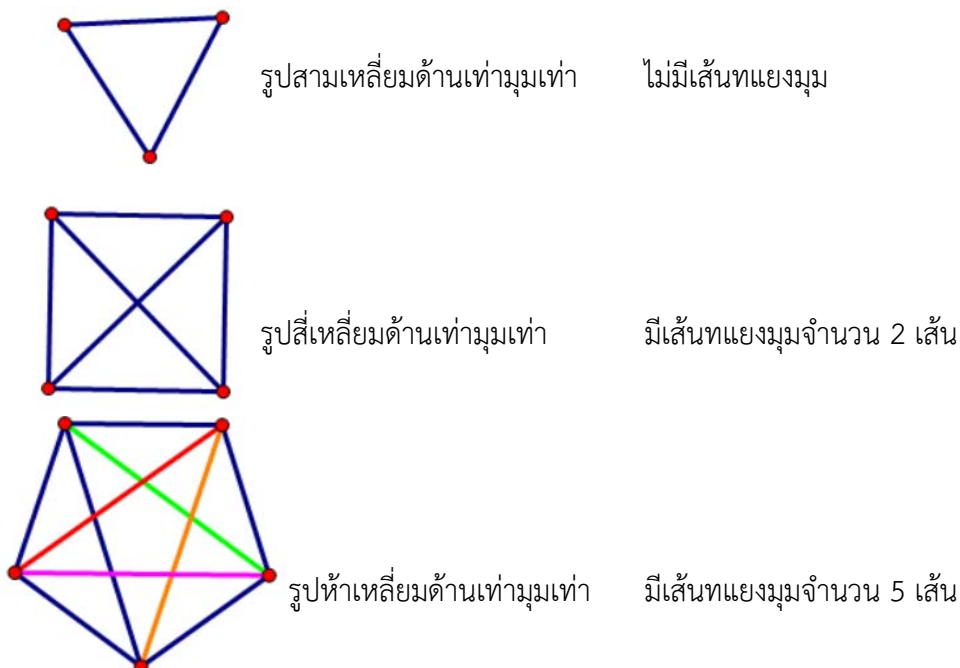
ผู้ศึกษาโครงการได้ศึกษาเกี่ยวกับโครงการ  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ซึ่งมีขั้นตอนการศึกษาโครงการดังนี้

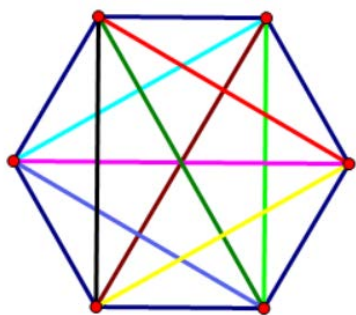
##### 2.1 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง

##### 2.2 ดำเนินการศึกษาโครงการ ทฤษฎีความสัมพันธ์ ดังนี้

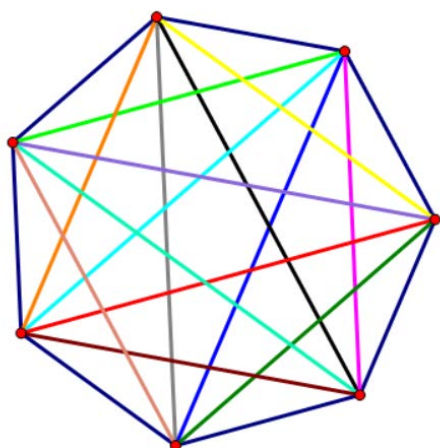
1) สร้างรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (ข้อ 2.2.2)

2) ลากเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังนี้





รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีเส้นทแยงมุมจำนวน 9 เส้น



รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีเส้นทแยงมุมจำนวน 14

.

.

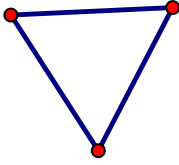
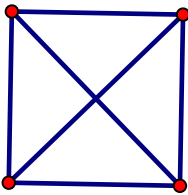
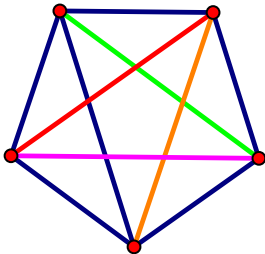
### 2.3 นำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป๒ เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้เผยแพร่ความรู้

## บทที่ 4

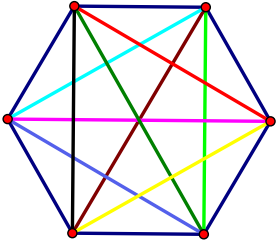
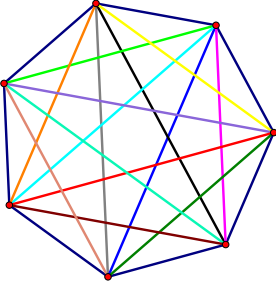
### ผลการดำเนินการ

ผู้ศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภททฤษฎี เรื่อง  $n$  เหลี่ยมทรงหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ได้แก่ 1) ผลรวมของมุมภายในของรูป  $n$  เหลี่ยม 2) ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 3) จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า 4) หาพื้นที่ของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และสามารถนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งผลการดำเนินการมีรายละเอียด ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงทฤษฎีความสัมพันธ์จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

จำนวนเหลี่ยม	รูปร่าง	จำนวนเส้นทแยงมุม	แนวคิดทฤษฎี
สามเหลี่ยม		0	$\frac{0 \times 3}{2}$
สี่เหลี่ยม		2	$\frac{1 \times 4}{2}$
ห้าเหลี่ยม		5	$\frac{2 \times 5}{2}$



หกเหลี่ยม		9	$\frac{3 \times 6}{2}$
เจ็ดเหลี่ยม . . .		14 . . .	$\frac{4 \times 7}{2}$
n เหลี่ยม			$\frac{(n-3)n}{2}$

ดังนั้น ทฤษฎีความสัมพันธ์จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า =

$$\frac{(n-3)n}{2}$$

## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล

ผู้ศึกษาโครงการคณิตศาสตร์ประเภททฤษฎี เรื่อง  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) มีวัตถุประสงค์ เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และสามารถนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งผลการดำเนินการสามารถสรุป อภิปรายผลได้ดังนี้

#### สรุป

โครงการ  $n$  เหลี่ยมหรรษาหาความสัมพันธ์ ด้วยโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโครงการทฤษฎี ที่ผู้ศึกษาโครงการสนใจศึกษาเกี่ยวกับ รูป  $n$  เหลี่ยม เรื่องผลรวมขนาดของมุมภายใน ขนาดมุมภายในแต่ละมุม จำนวนเส้นทแยงมุม และการหาพื้นที่ ซึ่งสามารถสรุปเป็นทฤษฎี ดังนี้

1. จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า  $= \frac{(n-3)n}{2}$

#### อภิปรายผล

จากการศึกษาโครงการสามารถอภิปรายได้ตามวัตถุประสงค์ ดังนี้  
วัตถุประสงค์ ข้อ 1) เพื่อสร้างทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ซึ่งมีขอบเขตในการศึกษา จำนวนของเส้นทแยงมุมของรูป  $n$  เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังนี้

ทฤษฎี	จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป $n$ เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
สูตร	$\frac{(n-3)n}{2}$

วัตถุประสงค์ข้อ 2) เพื่อนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยมไปประยุกต์ใช้ได้  
จากการศึกษาโครงการทำให้ได้ทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ทฤษฎี สามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับรูป  $n$  เหลี่ยมได้ และนอกจาก ผู้ศึกษาโครงการได้ โดยสืบค้นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องในตำราเรียน หนังสืออื่นๆ สืบค้นจากข้อสอบออนไลน์ นำมาฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา นำโจทย์ที่สืบค้นจัดเป็นตะกร้าลอยฟ้า เผยแพร่ความรู้ให้กับเพื่อนนักเรียน ดังนี้

### ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ได้ทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม
2. สามารถนำทฤษฎีความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยม ไปประยุกต์ใช้ได้
3. ได้ทักษะการสังเกต มีทักษะกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ และ การใช้โปรแกรม GSP

### ข้อเสนอแนะ

ความเพิ่มทักษะให้กับนักเรียนที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์

### แนวโน้มในการพัฒนา

ศึกษาความสัมพันธ์ของรูป  $n$  เหลี่ยมเพิ่มเติม

